

a/ X , variable d'étude, est le nombre de séquences téléchargées par heure.

Sa moyenne $m=250$ et son écart-type $\sigma_o=85$ ont été observés sur un échantillon de $N=12$ plages horaires d'une heure, sélectionnées au hasard (*pour ne pas trop compliquer les choses, on peut admettre que par écart-type on entend S_o*).

Etant donné que nous ne connaissons pas σ , écart type exact dans la population, mais seulement σ_o , l'écart type mesuré dans l'échantillon et que $N < 30$, il n'est pas possible d'utiliser la loi Normale centrée réduite pour construire l'intervalle de confiance. On peut supposer que X est distribuée normalement dans la population des téléchargements, ce qui va nous permettre de construire l'intervalle de confiance en utilisant la loi t de Student :

$$m - t_{\alpha/2} * \sigma_o / N^{1/2} < \mu < m + t_{\alpha/2} * \sigma_o / N^{1/2}$$

Le nombre de degré de liberté est 11 ; $t_{0,025} = 2,59$

pour $\alpha=5\%$, $t_{\alpha/2} * \sigma_o / N^{1/2} = 2,59 * 85 / (12)^{1/2} = 63,55$ (l'entier le plus proche est 64).

D'où l'intervalle recherché : [186 ; 314]

b/ Par définition, l'intervalle de confiance de la moyenne exacte est centrée sur la moyenne observée, ici 250. Ainsi, $P(\mu > 250) = 0,5$

c/ Sans calcul : cet intervalle étant plus resserré que celui déterminé en a/, c'est que la quantité $t_{\alpha/2} * \sigma_o / N^{1/2}$ est plus petite. Pour cela, il suffit d'augmenter sensiblement N , le nombre de plages horaires (en les tirant par exemple sur plusieurs semaines), ou bien d'augmenter le risque α de l'intervalle (donc de diminuer sa confiance $1-\alpha$) ; il se peut enfin que, pour une même moyenne observée, on ait un écart-type observé plus faible. Individuellement ou ensemble, toutes ces causes peuvent contribuer à resserrer l'intervalle à [240, 260].