

Dans cet ensemble de données chiffrées, il faut sélectionner l'information importante pour résoudre le problème. Le total des proportions présentées est de 90% ; (10% représentant d'autres cas non répertoriés ici ; cette remarque est sans conséquence sur le traitement du problème.

a/ Deux ensembles conduisent à des cristaux exploitables :

les gouttes présentant de 1 à 5 cristaux de belle taille (20%) ou celles présentant plus de 5 cristaux, tous de taille moyenne (30%). Les 2 ensembles étant mutuellement exclusifs, 50% (30%+20%) des gouttes présentent des cristaux exploitables (théorème des probabilités totales).

Par conséquent, X suit une loi binomiale caractérisée par $n=240$ et $\Pi=0.5$

La variable X est bien évidemment une variable aléatoire quantitative discrète.

b/ La distribution binomiale a pour moyenne : $n \Pi = 120$

c/ $n \Pi$ et $n(1 - \Pi)$ sont supérieurs à 5 ; on peut donc dans ce cas utiliser l'approximation Normale. Les calculs demandés sont obtenus (avec une très faible erreur) en utilisant la loi normale $N(120, 7.75)$ puis le changement de variable : $\varepsilon = (X-120) / 7.75$

$$P(X > 120) = 0,5$$

⇒ s'obtient sans calcul en exploitant la symétrie de la loi normale $N(120, 7.75)$ par rapport à sa moyenne!

$$\begin{aligned} P(X < 110) &= P(\varepsilon < (110 - 120)/7.75) \\ &= P(\varepsilon < -10/7.75) \\ &= P(\varepsilon > 1.29) \\ &= 0.0985 \end{aligned}$$

$$P(X < 110) \cong 10\%$$

$$\begin{aligned} P(110 < X < 140) &= P(-1.29 < \varepsilon < 2.58) \\ &= P(-1.29 < \varepsilon < 2.58) \\ &= 1 - [P(\varepsilon > 1.29) + P(\varepsilon > 2.58)] \\ &= 1 - (0.0985 + 0.0049) \\ &= 0.8966 \end{aligned}$$

$$P(110 < X < 140) \cong 90\%$$