Exercice : « Du tabac pour la bonne cause »

Posons X =« quantité en mg d'une protéine recombinante produite par un pied de tabac »

X suit la loi $\mathcal{N}(10, 2)$. Nous recherchons $P(X>13)$.

$P(X>13)=P[Z>(13-10)/2]$, Z suivant la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.

$P(X>13)=P[Z>1,5]$

$P(X>13)=0,0967$, soit 10% environ, ce qui n'est donc pas négligeable.

Posons Y =« nombre de plans de tabac produisant plus de 15 mg de protéine recombinante parmi les 50 plans récoltés»

Y suit la loi binomiale $\mathcal{B}(50, P(X>15))$. Il faut au préalable déterminer $P(X>15)$.

$P(X>15) = P[Z>(15-10)/2]$; $P(X>15)=P[Z>2,5]=0,0062$

Ainsi, plus précisément, Y suit donc une binomiale $\mathcal{B}(50, 0,006)$.

On recherche $P(Y \geq 3)=P(Y>2)=1-P(Y \leq 2)$

$P(Y \geq 3) = 1-[P(Y=0)+P(Y=1)+P(Y=2)]$

$P(Y \geq 3) = 1-[C^0_{50}0,006^0x0,994^{50}+ C^1_{49}0,006^1x0,994^{49}+C^2_{48}0,006^2x0,994^{48}]$

Nous remarquons immédiatement que la probabilité associée à l'épreuve de Bernoulli (probabilité élémentaire) est très petite. Ce qui laisse espérer l'utilisation d'une loi de Poisson.

La moyenne de la binomiale est $N\Pi=50x0,006=0,3$; la variance est $\sigma^2=N\Pi(1-\Pi)=50x0,006x0,994=0,3$

Moyenne et variance sont suffisamment proches pour utiliser une loi de poisson de paramètre $\lambda=0,3$.

$P(Y \geq 3) = 1-[P(Y=0)+P(Y=1)+P(Y=2)]$

$P(Y \geq 3) = 1 - (0,7408+0,2222+0,0333)$ (Lecture de la table de la loi $\mathcal{P}(0,3)$)

$P(Y \geq 3) = 0,004$; probabilité très faible!