Traitement et Analyse de Données Biologiques – L2S4

Examen de la Session 1

Ma 21 février 2017 **- Durée : 2 h 00** ***Paris Sud - Orsay***

- Les questions posées sont, pour la plupart, indépendantes
- Tous les documents sont autorisés
- Ordinateurs et tablettes numériques autorisés mais interdit d'envoyer des messages
- Connexion internet autorisée mais interdit d'envoyer des messages
- Usage des téléphones portables interdit *(règlement en vigueur pour tous les examens sur le campus)*
- N'oubliez pas de reporter votre N° d'anonymat sur les intercalaires
- Le texte de cet examen est composé de 6 pages + 2 pages d'annexes.

Le terme QCM est employé pour désigner une question à choix multiple. Il vous faut dans ce cas indiquer, pour chaque proposition, si elle est vraie ou si elle est fausse en reportant le numéro de la question et la réponse choisie sur votre copie (par ex : Q12-a : FAUX; Q12-b : FAUX; Q12-c : VRAI; Q12-d : FAUX; Q12-e : VRAI)

Dans cet examen nous nous intéressons à une étude sur le café produit par des petits producteurs indépendant (concernant, notamment, sa culture, sa consommation et ses qualités gustatives).

La plupart des questions peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

Un ami vous a recommandé « *Chez Ramon* », un café branché du 3e arrondissement où l'on déguste des cafés étiquetés *« petits producteurs écoresponsables »*. Vous vous êtes rendu à ce café et y avez commandé un arabica qui vous a comblé de bonheur.

Ramon, le patron de l'établissement, vous explique qu'il va lui-même chercher son café à L'Union des Communautés Indiennes de la Région Sud du Mexique (UCIRSM) qui regroupe plusieurs villages s'organisant pour vendre un café cultivé organiquement. Ramon vous apprend que les organisations européennes de commerce alternatif achètent directement le café biologique aux paysans pauvres des plantations de la région.

L' UCIRSM a construit sa propre infrastructure de stockage, de transport, de transformation et d'exportation pour le café qu'elle produit. Ceci permet à ses membres de profiter d'une plus-value précédemment usurpée par des intermédiaires. Le profit est réutilisé par les villages pour améliorer la scolarité, le système médical, la distribution des articles de première nécessité, la formation des agriculteurs et bien d'autres choses encore.

Actuellement, 94 communautés sont membres de l'UCIRSM et plus de 6 500 familles sont impliquées dans ses actions. Cet aspect social est respecté par les acheteurs européens pratiquant le commerce alternatif (Fair Trade Organizations) qui valorisent le café biologique à son juste prix en lui accordant une prime à la qualité.

Ramon vous explique, qu'une fois sur place, il fait son choix au feeling. Il préfèrerait, cependant, disposer d'informations fiables lui permettant de mieux caractériser les produits pour être sûr de sélectionner les meilleurs cafés. Vous lui proposez alors de faire une recherche poussée sur internet pour récolter des données qui vont l'aider à faire son choix. Pour vous exprimer sa reconnaissance, Ramon vous offre un an de consommation de café dans son établissement.

1ère partie : *Chez Ramon, à Paris*

Figure 1 ***a/*** *L'ambiance chez Ramon* ***b/*** *Chez Ramon le service est simple. Ce qui compte est la qualité des cafés qu'il propose ; ils sont servis dans une tasse en porcelaine.* ***c/*** *Ramon est intransigeant sur la pression délivrée par son percolateur qui peut être réglée de 9 à 30 bars selon le café commandé.*

Q1/ Définissez, dans le contexte de cette étude (vous pouvez vous aider des illustrations en figure 1), une variable aléatoire continue qui pourrait suivre une loi normale, une variable aléatoire discrète qui pourrait suivre une loi binomiale ou, au choix, une loi de Poisson ainsi qu'une variable qualitative. Vous indiquerez, pour chacune d'entre elles, si elle est définie dans une population ou un échantillon (population ou échantillon que vous définirez également, en quelques mots).

Q2/ **QCM >** Indiquez sur votre copie si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse :

a/ La variété de café consommée par un client est définie par une variable binomiale [Vrai ou Faux ?]

b/ Le nombre de clients fréquentant chaque jour l'établissement est une variable qualitative [Vrai ou Faux ?]

c/ La tasse en figure 1-a appartient à la fois à un échantillon et à une population [Vrai ou Faux ?]

d/ La tasse de café servie à un client est un individu au sens statistique du terme [Vrai ou Faux ?]

e/ Le nombre de tasses casées en une heure chez Ramon suit une loi de Poisson [Vrai ou Faux ?]

f/ Le bénéfice réalisé chaque semaine par Ramon est une variable aléatoire continue [Vrai ou Faux ?]

2ème partie : *Etude du questionnaire de satisfaction des clients de Ramon*

Ramon distribue systématiquement un questionnaire à chacun des clients fréquentant son établissement.

Ce **questionnaire**, outre des questions permettant d'obtenir des informations sur le café consommé (nom, référence) et sur son consommateur, tel son sexe, son âge ou encore son code postal (questions dites « ouvertes »), est composé de **42 questions** proposant chacune un choix codé sur une échelle de Likert à 5 niveaux (variable ordinale allant de 1 à 5). A titre d'illustration, deux de ces questions sont présentées dans le cadre ci-dessous,

….

QRC12 : Concernant l'arôme émanant du café que vous avez consommé vous l'avez trouvé

1 : désagréable ; 2 : il ne m'a pas marqué ; 3 : agréable ; 4 : très agréable ; 5 : exceptionnel

….

QRC29 : Compte-tenu de sa qualité, trouvez-vous que le café que vous avez dégusté est

1 : excessivement cher ; 2 : très cher ; 3 : cher ; 4 : à un prix raisonnable ; 5 : vraiment pas cher

….

L'objet de ce questionnaire est d'obtenir une **note globale du café** consommé.
Pour chaque questionnaire rendu, les valeurs obtenues en réponse aux 42 questions posées sont sommées dans un score global. Ce score est ensuite divisé par le nombre de questions posées dans le questionnaire (42) pour obtenir une note globale évaluant le café dégusté par le client (variable *note globale***)**. On admettra qu'il s'agit d'une variable continue.

Q3/ Démontrez très simplement que le domaine de définition dans lequel la variable *note globale* du café prend ses valeurs est l'intervalle [1,5]

Le jeune statisticien à qui Ramon a commandé le questionnaire a trouvé un emploi dans un cabinet de Data Science en Californie. Ramon est perdu, il ne sait pas comment exploiter les réponses qu'il a obtenues sans l'aide de ce statisticien. Vous proposez alors à Ramon de l'aider à compiler et à exploiter les données provenant des questionnaires que ses clients ont complétés.

Q4/ Ramon dispose à ce jour de 439 questionnaires renseignés par ses clients. Cet ensemble constitue-il une population ou un échantillon ?

Q5/ Si l'on veut l'engager dans des statistiques inférentielles, que faut-il vérifier au préalable pour la variable *note globale*? A cette fin, quel test allez-vous faire ?

Q6/ On recode l'âge des clients en une nouvelle variable *tranche_age* à 4 modalités : « moins de 25 ans », « entre 25 et 40 ans », « entre 40 et 60 ans », « plus de 60 ans ».
Quel est le type de la variable *tranche_age* ?

Q7/ On désire croiser les variables *tranche_age* et *sexe* pour savoir si les hommes et les femmes se répartissent de la même façon dans les différentes tranches d'âge.
Quel test allez-vous réaliser ? (N'oubliez pas de poser l'hypothèse nulle).
L'analyse de ce test, avec R, a conduit à un non rejet de l'hypothèse nulle. Qu'en concluez-vous ?

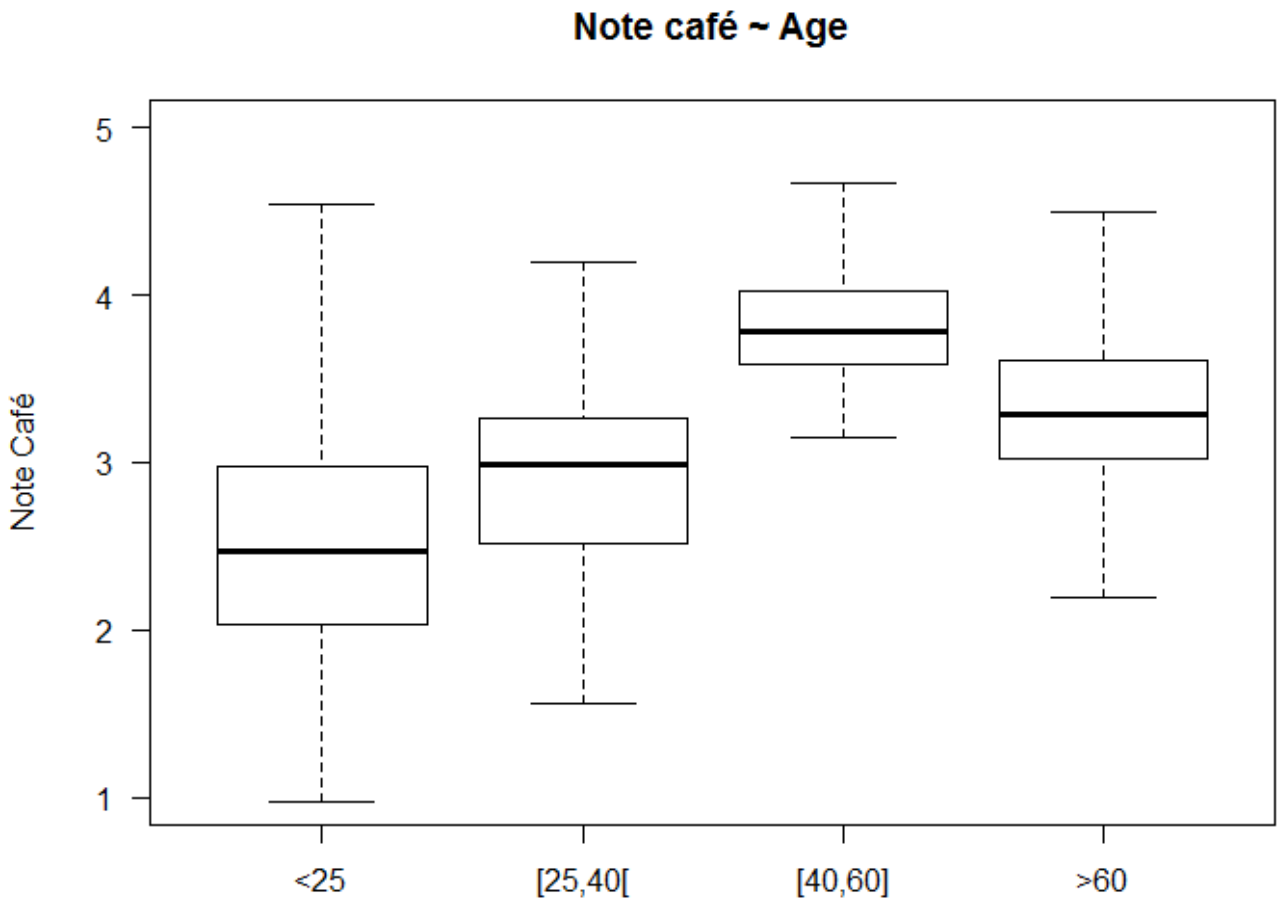

***Figure 2**: Graphique réalisé avec le logiciel R accompagnant l'étude du lien entre la note globale donnée au café et la tranche d'âge du consommateur*

Q8/ Vous souhaitez maintenant étudier l'éventuel lien entre la note globale donnée au café et la tranche d'âge à laquelle appartiennent les consommateurs.
Commentez brièvement les résultats représentés sur la figure 2.
De quel type de graphique s'agit-il ?
Quel test allez-vous réaliser pour établir le lien entre la note globale donnée au café et la tranche d'âge des consommateurs ? (N'oubliez pas de poser l'hypothèse nulle).
Ce test, effectué avec R, a conduit à une valeur de 0,0000435 pour le degré de signification (p_{value}). Qu'en concluez-vous ?

Q9/ Vous considérez cette fois l'âge réel du consommateur (réponse ouverte dans le questionnaire), variant dans l'intervalle [0,120], pour tester le lien entre la note globale donnée au café et l'âge réel du consommateur. Quel type d'analyse allez-vous réaliser ?

Q10/ En supposant que la note globale donnée à un café dégusté chez Ramon par les clientes de plus de 40 ans suit une loi normale de moyenne 3,8 et d'écart-type 0,5 :

- Calculez la probabilité qu'une femme prise au hasard de la population des clientes de plus de 40 ans donne une note globale inférieure à 2 à un café dégusté chez Ramon.
- Quelle est la probabilité qu'une femme prise au hasard de la population des clientes de plus de 40 ans donne une note globale supérieure à 4,5 à un café dégusté chez Ramon ?

3ème partie : Intégration d'informations sur la culture, la récolte et le stockage du café par l'UCIRSM

Figure 3 *Culture, récolte et stockage du café par l'UCIRSM*

***a/** Plantation des caféiers par des membres de l'UCIRSM **b/** Récolte effectuée en suivant un cahier des charges bio **c/** Production rassemblée au sein de la coopérative dans des sacs de 60 kg (d'origine brésilienne, ce format de sac est devenu l'unité de mesure internationale dans le commerce du café).*

Q11/ La note globale donnée au café par les consommateurs a été recodée en 4 modalités dans une variable appelée *Appréciation_café* :
« pas apprécié » (note globale < 2), « un peu apprécié mais sans plus » (2 ≤ note globale < 3) ; « bien apprécié » (3 ≤ note globale < 4,5) ; « beaucoup apprécié » (note ≥ 4,5)

On s'est intéressé à l'influence du Volume de la production du café évalué par les clients (mesurée en sacs de 60Kg) dont les 3 modalités sont : « <1000 » ; « entre 1000 et 5000 » ; « >5000 » (en bleu) sur son Appréciation.
L'analyse de l'association entre l'Appréciation du café (quels que soient son origine ou son arôme) et le Volume de la production (en sacs de 60Kg) a été réalisée avec R. Les résultats sont les suivants : P_{value}=0,00234 ; intensité de l'association : 0,375.

Quelle analyse multivariée a-t-elle ainsi été effectuée sous R ?

Quel(/s) est(/sont) le(/s) type(/s) des variables entrant dans cette analyse ?

Quelle est la variable dépendante ?

Posez l'hypothèse nulle Ho ainsi que l'hypothèse alternative H1 (chacune en 1 ligne seulement)

Comment analysez-vous conjointement ces deux résultats (P_{value}=0,00234 ; intensité de l'association : 0,375) ?

Est-on ici en situation d'observation ou bien en situation d'expérience ?

Selon les éléments dont vous disposez, combien y-a-t-il de degrés de liberté ?

Q12/ Un graphique plus détaillé de l'analyse de cette relation est présenté en figure 4.
Proposez une synthèse **de 7 à 8 lignes, tout au plus**, qui expose les **principaux** résultats que vous pouvez extraire de la figure 4 (n'oubliez pas de commenter les valeurs portées entre parenthèse près des axes). Comme à chaque question à laquelle vous devez répondre, allez à l'essentiel tout en essayant d'exploiter au maximum les informations dont vous disposez.

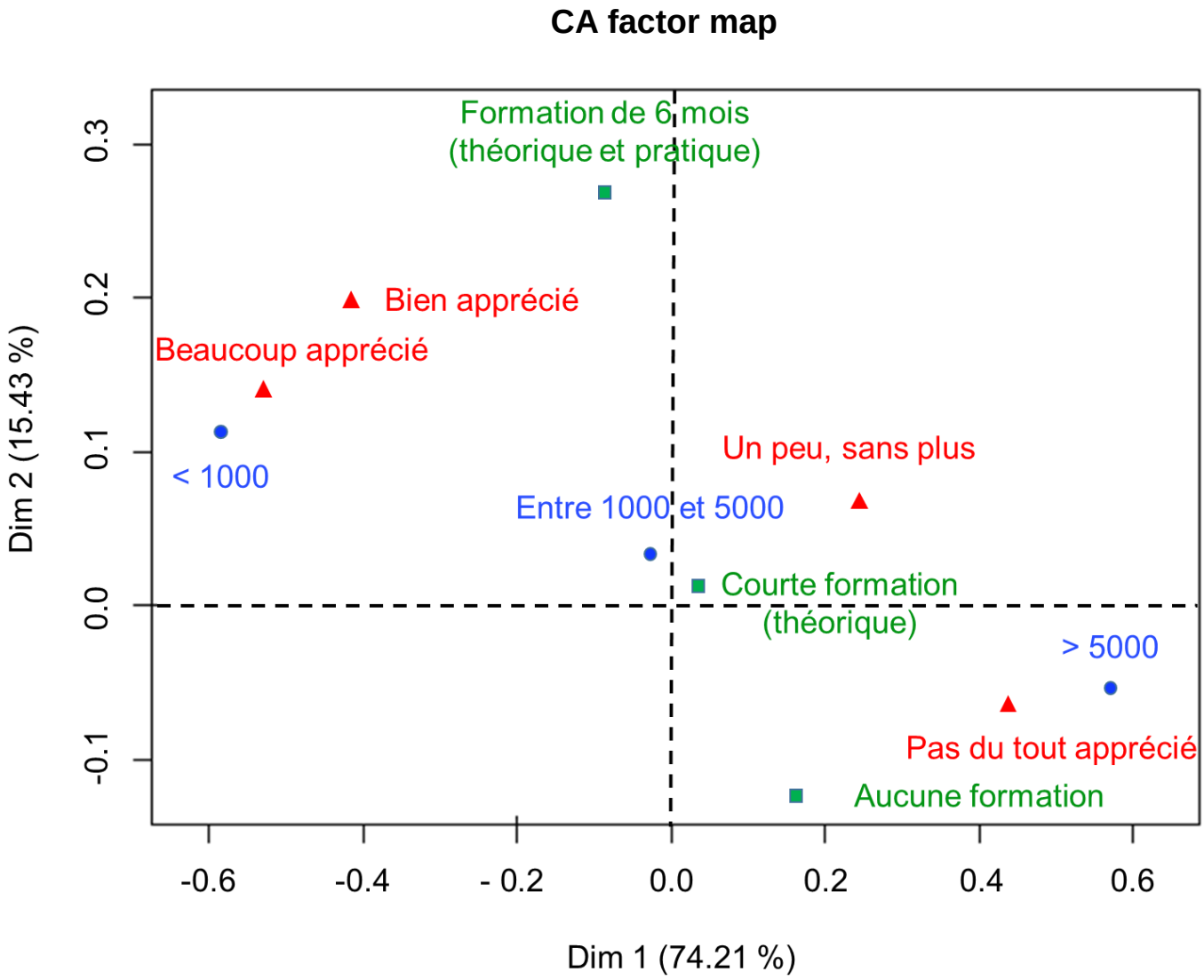

Figure 4 – ***Plan factoriel*** *résultant de l'analyse de 439 questionnaires croisant l'**Appréciation du café** (quels que soient son origine ou son arôme) décrite en 4 modalités : « pas apprécié », « un peu apprécié mais sans plus » ; « bien apprécié » ; « beaucoup apprécié » (en rouge sur la figure) et le **Volume de la production (en sacs de 60Kg)** dont les 3 modalités sont : « <1000 » ; « entre 1000 et 5000 » ; « >5000 » (en bleu).*
*La **variable illustrative** **Formation en agronomie des ouvriers agricoles**, déclinée en 3 modalités (« aucune formation reçue », « courte formation théorique », « formation de 6 mois théorique et pratique », en vert sur la figure) a été **ajoutée pour aider à interpréter le plan factoriel** (une variable illustrative aide à l'interprétation des axes mais ne change pas le plan factoriel car elle ne contribue pas aux statistiques calculées lors de l'analyse bivariée réalisée sur les autres variables).*

Q13/ La production du café s'effectue rarement dans des conditions idéales.

On s'intéresse ainsi aux répercussions de l'épandage d'un insecticide utilisé dans les plantations de café sur la santé des ouvriers agricoles. Donnez dans ce contexte un exemple d'analyse bivariée que vous pourriez réaliser ; citez la variable dépendante considérée.

(on ne vous demande aucun calcul dans cette question).

4ème partie : Les dessous d'une carte

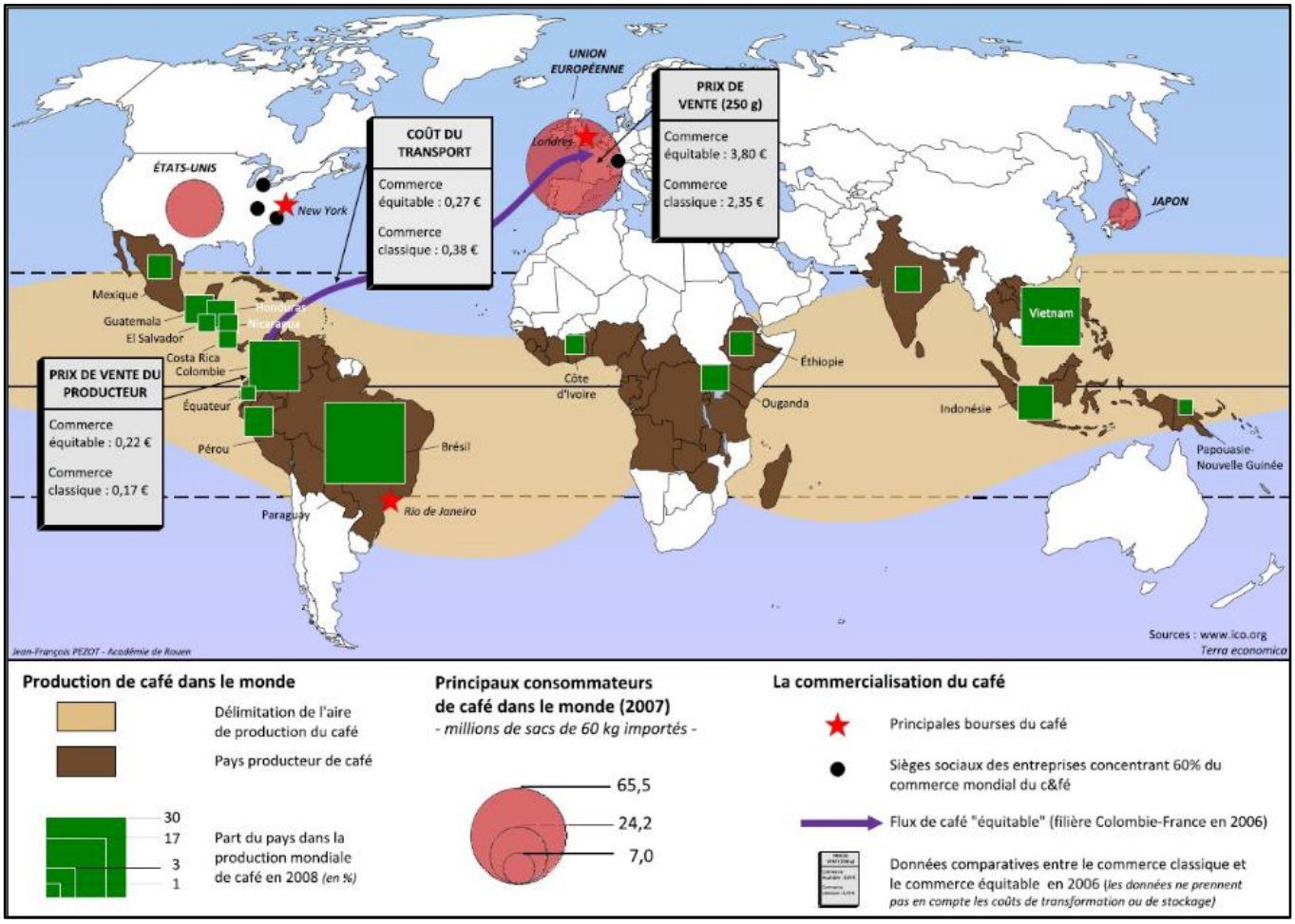

Figure 5 Carte de synthèse sur la production, le transport et la consommation du café dans le monde (en 2007). Le café est la matière première la plus commercialisée dans le monde après le pétrole. Produit exclusivement au sud, sa transformation et sa commercialisation sont très largement dominées par les pays du Nord. L'Amérique latine domine le marché avec 70% de la production mondiale, suivie par l'Asie (20%) et l'Afrique (10%).

Q14/ Analyse cartographique

Proposez une analyse statistique, pertinente et intéressante, se rapportant à la figure 5 (votre réponse ne doit pas dépasser 7 à 8 lignes). Il existe, certes, de nombreuses façons d'exploiter les informations présentées sur la carte de la figure 5 mais on vous demande, ici, de ne proposer qu'**une** de ces analyses (ne rentrez pas dans les détails, **sachez aller à l'essentiel**).
On ne vous demande aucun calcul en réponse à cette question.

Table de la loi normale centrée réduite

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Fractiles de la loi du chi-deux

P	0,00050	0,0010	0,0050	0,010	0,0250	0,050	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,950	0,9750	0,990	0,9950	0,9990	0,99950
ν 1	0,000000393	0,00000157	0,0000393	0,000157	0,000982	0,00393	0,0158	0,0642	0,148	0,275	0,455	0,708	1,074	1,642	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828	12,116
2	0,00100	0,00200	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,446	0,713	1,022	1,386	1,833	2,408	3,219	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816	15,202
3	0,0153	0,0243	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	1,005	1,424	1,869	2,366	2,946	3,665	4,642	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266	17,730
4	0,0639	0,0908	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	1,649	2,195	2,753	3,357	4,045	4,878	5,989	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467	19,998
5	0,158	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	2,343	3,000	3,655	4,351	5,132	6,064	7,289	9,236	11,070	12,832	15,086	16,750	20,515	22,105
6	0,299	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	3,070	3,828	4,570	5,348	6,211	7,231	8,558	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458	24,103
7	0,485	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	3,822	4,671	5,493	6,346	7,283	8,383	9,803	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322	26,018
8	0,710	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	4,594	5,527	6,423	7,344	8,351	9,524	11,030	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,125	27,868
9	0,972	1,153	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	5,380	6,393	7,357	8,343	9,414	10,656	12,242	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877	29,666
10	1,265	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,179	7,267	8,295	9,342	10,473	11,781	13,442	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588	31,419
11	1,587	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	6,989	8,148	9,237	10,341	11,530	12,899	14,631	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264	33,136
12	1,934	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	7,807	9,034	10,182	11,340	12,584	14,011	15,812	18,549	21,026	23,336	26,217	28,300	32,909	34,821
13	2,305	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	8,634	9,926	11,129	12,340	13,636	15,119	16,985	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528	36,478
14	2,697	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	9,467	10,821	12,079	13,339	14,685	16,222	18,151	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123	38,109
15	3,108	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	10,307	11,721	13,030	14,339	15,733	17,322	19,311	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697	39,719
16	3,536	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	11,152	12,624	13,983	15,338	16,780	18,418	20,465	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252	41,308
17	3,980	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	12,002	13,531	14,937	16,338	17,824	19,511	21,615	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790	42,879
18	4,439	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	12,857	14,440	15,893	17,338	18,868	20,601	22,760	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312	44,434
19	4,912	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	13,716	15,352	16,850	18,338	19,910	21,689	23,900	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820	45,973
20	5,398	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	14,578	16,266	17,809	19,337	20,951	22,775	25,038	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315	47,498
21	5,896	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	15,445	17,182	18,768	20,337	21,991	23,858	26,171	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797	49,010
22	6,405	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	16,314	18,101	19,729	21,337	23,031	24,939	27,301	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268	50,511
23	6,924	7,529	9,260	10,196	11,688	13,091	14,848	17,187	19,021	20,690	22,337	24,069	26,018	28,429	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728	52,000
24	7,453	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	18,062	19,943	21,652	23,337	25,106	27,096	29,553	33,196	36,415	39,364	42,980	45,558	51,179	53,479
25	7,991	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	18,940	20,867	22,616	24,337	26,143	28,172	30,675	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620	54,947
26	8,538	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	19,820	21,792	23,579	25,336	27,179	29,246	31,795	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052	56,407
27	9,093	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	20,703	22,719	24,544	26,336	28,214	30,319	32,912	36,741	40,113	43,194	46,963	49,645	55,476	57,858
28	9,656	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	21,588	23,647	25,509	27,336	29,249	31,391	34,027	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892	59,300
29	10,227	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	22,475	24,577	26,475	28,336	30,283	32,461	35,139	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336	58,302	60,734
30	10,804	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	23,364	25,508	27,442	29,336	31,316	33,530	36,250	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703	62,161
31	11,389	12,196	14,458	15,655	17,539	19,281	21,434	24,255	26,440	28,409	30,336	32,349	34,598	37,359	41,422	44,985	48,232	52,191	55,003	61,098	63,582
32	11,979	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	22,271	25,148	27,373	29,376	31,336	33,381	35,665	38,466	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487	64,995
33	12,576	13,431	15,815	17,073	19,047	20,867	23,110	26,042	28,307	30,344	32,336	34,413	36,731	39,572	43,745	47,400	50,725	54,776	57,648	63,870	66,402
34	13,179	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	23,952	26,938	29,242	31,313	33,336	35,444	37,795	40,676	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247	67,803
35	13,788	14,688	17,192	18,509	20,569	22,465	24,797	27,836	30,178	32,282	34,336	36,475	38,859	41,778	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275	66,619	69,198
36	14,401	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	25,643	28,735	31,115	33,252	35,336	37,505	39,922	42,879	47,212	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985	70,588
37	15,020	15,965	18,586	19,960	22,106	24,075	26,492	29,635	32,053	34,222	36,336	38,535	40,984	43,978	48,363	52,192	55,668	59,892	62,883	69,346	71,972
38	15,644	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	27,343	30,537	32,992	35,192	37,335	39,564	42,045	45,076	49,513	53,384	56,895	61,162	64,181	70,703	73,351
39	16,273	17,261	19,996	21,426	23,654	25,695	28,196	31,441	33,932	36,163	38,335	40,593	43,105	46,173	50,660	54,572	58,120	62,428	65,476	72,055	74,725
40	16,906	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	29,051	32,345	34,872	37,134	39,335	41,622	44,165	47,269	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402	76,095
41	17,544	18,575	21,421	22,906	25,215	27,326	29,907	33,251	35,813	38,105	40,335	42,651	45,224	48,363	52,949	56,942	60,561	64,950	68,053	74,745	77,459
42	18,186	19,238	22,138	23,650	25,999	28,144	30,765	34,157	36,755	39,077	41,335	43,679	46,282	49,456	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084	78,820
43	18,832	19,905	22,859	24,398	26,785	28,965	31,625	35,065	37,698	40,050	42,335	44,706	47,339	50,548	55,230	59,304	62,990	67,459	70,616	77,418	80,176
44	19,482	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	32,487	35,974	38,641	41,022	43,335	45,734	48,396	51,639	56,369	60,481	64,201	68,709	71,893	78,749	81,528
45	20,136	21,251	24,311	25,901	28,366	30,612	33,350	36,884	39,585	41,995	44,335	46,761	49,452	52,729	57,505	61,656	65,410	69,957	73,166	80,077	82,876
46	20,794	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	34,215	37,795	40,529	42,968	45,335	50,507	53,818	58,641	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400	84,220	
47	21,456	22,610	25,774	27,416	29,936	32,268	35,081	38,708	41,474	43,942	46,335	48,814	51,562	54,906	59,774	64,001	67,821	72,443	75,704	82,720	85,560
48	22,121	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	35,949	39,621	42,420	44,915	47,335	49,840	52,616	55,993	60,907	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037	86,897
49	22,789	23,983	27,249	28,941	31,555	33,930	36,818	40,534	43,366	45,889	48,335	50,866	53,670	57,079	62,038	66,339	70,222	74,919	78,231	85,350	88,231
50	23,461	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	37,689	41,449	44,313	46,864	49,335	51,892	54,723	58,164	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661	89,561